

Guía de ejercicios # 10 - Sistemas de numeración para números fraccionarios

Organización de Computadoras

UNQ

Los objetivos de esta guía de ejercicios son:

- Comprender las características principales de un sistema de punto fijo: resolución y error de representación
- Manipular el sistema para representar números, interpretar cadenas, calcular su rango y resolución.
- Comprender las limitaciones de los sistemas de punto fijo y las motivaciones del punto flotante.
- Manejar la interpretación de los sistemas de punto flotante
- Comprender la relación entre rango y resolución variable

Punto Fijo

1. Interpretar las siguientes cadenas en un sistema de punto fijo $BSS(4,1)$ (es decir, con 4 bits en total, de los cuales 1 es fraccionario):
 - a 0001
 - b 1011
2. ¿Cuál es el rango del sistema $BSS(4,1)$?
3. Interpretar las siguientes cadenas en un sistema de punto fijo $BSS(7,3)$:
 - a 0010110
 - b 1000000
 - c 1000001
4. ¿Cuál es el rango del sistema $BSS(7,3)$?
5. Completar la tabla 1 interpretando cada cadena de 3 bits en los tres sistemas propuestos.
6. Suponer un sistema $BSS(10,4)$.
 - (a) ¿Cuántos números se pueden representar?
 - (b) ¿Cuál es la resolución del sistema?
 - (c) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo número representables?
 - (d) ¿Cuáles son el máximo y el mínimo número representable en el intervalo $(0,1)$? (es decir, en el intervalo desde el 0 hasta el 1, **ambos excluidos**).
7. Responder las preguntas del ejercicio anterior para un sistema $SM(10,4)$.
8. ¿Cuál es la resolución de un sistema $BSS(N,M)$?
9. Suponer un sistema $BSS(8,4)$. Represente los siguientes números y calcule el error absoluto y relativo en cada caso:
 - (a) 10,2
 - (b) 0,125
10. Suponer un sistema $BSS(4,1)$. Al representar el **valor 1,1** se obtiene un *error absoluto de 0,1* pues se aproxima con el **valor 1** (cadena 0010). Si se quiere representar el **valor 1,2** se obtiene un error absoluto de $0,2$.
 - (a) ¿Qué error se obtiene al representar el 1,3?
 - (b) ¿Cuál es el **máximo error absoluto** que puede ocurrir al representar un valor? Ojo: dentro del rango representable.
 - (c) ¿Cuál es el rango del sistema?
11. ¿Cuál es el **máximo error absoluto** que puede ocurrir al representar un valor en cada uno de los siguientes sistemas?
 - (a) $BSS(4,2)$
 - (b) $BSS(4,3)$
12. Supongamos que se desea utilizar un sistema de punto fijo $SM(X,Y)$ para representar números entre -10 y 10. Se pretende además que el error absoluto sea menor a 0.2. ¿Cuales son los mínimos X,Y que satisfacen estos requerimientos?
13. Se necesita un sistema de punto fijo que permita las siguientes cosas:
 - Representar el número -17
 - Representar el número 42
 - Que el error absoluto máximo sea menor a 0.05Diseñe el sistema con la mínima cantidad de bits.

Ejercicios integradores

14. Construya un circuito que dada una cadena de 5 bits, devuelva un 1 si la cadena representa un número en $SM(5, 2)$ con parte fraccionaria distinta a cero, y un 0 en caso contrario.
15. Utilizando circuitos que conozca, construya un circuito que dadas dos cadenas en $BSS(3,3)$, devuelva el resultado de sumarlas, es decir, devuelva una cadena $BSS(4,3)$.
16. Suponga que se desea agregar a Q3 capacidades de cómputo para números en punto fijo:
 - ¿Qué sistema recomendaría, con cuántos bits para la parte fraccionaria y cuántos para la parte entera?
 - ¿Qué instrucciones agregaría a Q3? Especifique los nuevos códigos de operación y el comportamiento de dichas instrucciones.
Se puede utilizar un código de operación extensible (mediante un prefijo) tal como se hace con los saltos condicionales.
 - ¿Cómo modificaría la ALU para que soporte dichas instrucciones? No se requiere construir los circuitos, solo explicar cuáles serían los circuitos necesarios.

Punto Flotante

17. Completar la tabla 2 con la interpretación de las cadenas en cada sistema indicado.
18. Comparar los sistemas de la tabla 2 a partir de una cadena a elección.
19. Para cada sistema de la tabla 2 calcular rango, resolución máxima y resolución mínima.
20. Calcular rango, resolución mínima y resolución máxima para un sistema con mantisa en $BSS(5)$ y exponente en $BSS(3)$.
21. Buscar un contraejemplo para refutar lo siguiente:
En punto flotante es posible representar todos los números reales contenidos en el rango.
22. Completar la tabla 3 interpretando las cadenas en cada uno de los sistemas indicados.
23. Para cada sistema de la tabla 3 calcular rango, resolución máxima y resolución mínima.
24. Interpretar las siguientes cadenas aplicando el siguiente formato:
[mantisa: $SM(9,7)$] [exponente: $SM(7)$]
 - a) 1110 1110 0101 1111
 - b) 0010 0001 1000 1100
25. Calcular rango, resolución mínima y resolución máxima para el sistema del ejercicio anterior.

Cad	$BSS(3)$	$BSS(3,1)$	$SM(3,1)$
000			
001			
010			
011			
100			
101			
110			
111			

Table 1: Comparativa en punto fijo

cad	e:BSS(2)/m:BSS(2)	e:BSS(2)/m:SM(2)	e:SM(2)/m:BSS(2)	e:SM(2)/m:SM(2)
0000				
0001				
0010				
0011				
0100				
0101				
0110				
0111				
1000				
1001				
1010				
1011				
1100				
1101				
1110				
1111				

Table 2: Comparativa de sistemas con mantisa entera

cad	e:BSS(2) / m:BSS(2,2)	e:CA2(2) / m:BSS(2,2)
0000		
0001		
0010		
0011		
0100		
0101		
0110		
0111		
1000		
1001		
1010		
1011		
1100		
1101		
1110		
1111		

Table 3: Comparativa de sistemas de mantisa fraccionaria