

Guía de ejercicios # 0 - Introducción a los sistemas de numeración

Organización de Computadoras 2018

UNQ

Objetivos

Al final de esta práctica, deberías:

- ✓ Tener una noción básica de la arquitectura de Von Neumann, las partes que la componen y su rol en la arquitectura
- ✓ Comprender los conceptos de cadena, número, interpretación y representación pudiendo aplicarlos a sistemas de base 2, 8, 16
- ✓ Manejar el concepto de Rango y poder calcularlo para sistemas de BSS(n)
- ✓ Poder realizar sumas y restas de cadenas binarias

Para resolver esta práctica se aconseja consultar los apuntes de la materia *Sistemas de numeración: interpretación, representación y aritmética y Evolucion de las computadoras*, disponibles ambos en <http://orga.blog.unq.edu.ar/descargas/>. Los ejercicios marcados con ★ forman un conjunto minimal para aprender e integrar los conceptos. Los demás ejercicios son redundantes y permiten seguir entrenando.

1 Evolución de las computadoras

1. ★ ¿Qué partes propone John Von Neumann en su *Arquitectura de computadoras*? Enumeralas y explicalas brevemente a cada una.
2. ★ ¿Por qué decimos que con el modelo de Von Neumann nace el concepto de software como lo conocemos? ¿Cómo era la programación hasta ese momento?
3. Indicar Verdadero o Falso. Justificar las falsas.
 - (a) La arquitectura de Von Neumann utiliza binario para representar la información
 - (b) Hay una memoria para los datos y otra para el programa
 - (c) La memoria realiza operaciones aritmeticas sobre los datos

2 Sistemas de Numeración: Interpretación

Restringir el tamaño de las cadenas

El sistema binario como lo conocemos se denomina formalmente *Binario Sin Signo*. Por ejemplo en un sistema *Binario Sin Signo* donde todas sus cadenas tienen 4 bits, **lo denotaremos** $BSS(4)$.

¿Por qué crees que se tiene la necesidad de restringir las cadenas?

2.1 Interpretando cadenas Binarias

La interpretación decimal puede aplicarse casi directamente en el sistema binario, considerando que **la base es 2**

Veamos ejemplos:

- La cadena 11 se interpreta: $1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 2 + 1 = 3$
- La cadena 101 se interpreta: $1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 1 = 5$

Ejercicios

Interpretá las siguientes cadenas en *Binario Sin Signo*.

4. 110
5. 1101
6. ★ 101101
7. ★ 01111111
8. ★ 10101010
9. ★ 00100010

2.2 Representando números

Para representar valores mediante cadenas binarias, se deben realizar divisiones sucesivas por la base 2 hasta obtener un cociente igual a cero, tomando cada resto como bits de la cadena.

Vamos a un ejemplo, si se necesita representar el número 26:

- Se divide el valor 26 por 2 hasta encontrar un cociente 0

$$\begin{array}{r} 26 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 13 \quad | \quad 2 \\ \times \quad 1 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \times \quad \quad 0 \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \times \quad \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ \times \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

- Se construye la cadena tomando solo los restos, empezando por el último (desde abajo hacia arriba): 11010

Ejercicios

10. ★ **Representá los números** obtenidos en la sección de interpretación, para verificar que tus respuestas son correctas.
11. Representá los siguientes números en $BSS(8)$, Luego **interpretá la cadena** obtenida para verificar que su respuesta es correcta.
 - (a) ★ 4
 - (b) ★ 16
 - (c) 15
 - (d) ★ 128
 - (e) 176
 - (f) ★ 86

2.3 Rango

Considerar cuántas cadenas diferentes pueden obtenerse si se cuenta con 3 dígitos (se denota $BSS(3)$). Son las siguientes: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 y 111, es decir 8 cadenas diferentes. Dicho de otra manera: con 3 bits pueden hacerse 8 combinaciones, es decir 2^3 . Para este ejemplo el rango es : $[0, 7]$

Ejercicios

12. Calcule el rango de los siguientes sistemas de numeración.
 - (a) ★ $BSS(5)$
 - (b) ★ $BSS(8)$
 - (c) ★ $BSS(16)$
 - (d) $BSS(32)$
13. ¿Cuál es la cantidad mínima de bits necesaria en $BSS()$ para cada uno de los siguientes casos?
 - a) números entre el 0 y el 15.
 - b) ★ números entre 0 y 60.
 - c) ★ Los días del mes.
 - d) Las horas, minutos, segundos y centésimas para cronometrar una carrera de fórmula 1.
 - e) ★ La distancia en kilómetros de dos puntos dentro de Argentina.

3 Aritmetica

3.1 Suma

Veamos los casos posibles que pueden darse a la hora de **sumar dos operandos de un bit cada uno**. Son 8 casos pues se debe distinguir cuando se tiene acarreo y cuando no se tiene.

anterior=0 $\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo
anterior=1 $\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=1 $\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo	anterior=1 $\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo	anterior=1 $\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$ acarreo

14. ★ Realizar las siguientes sumas:

- (a) 10001 + 01110
- (b) 01111 + 01111
- (c) 10001 + 01001

15. ★ Interpretar los operandos y el resultado de cada operación del punto anterior. ¿Se obtuvo un resultado correcto?

16. Realizar las mismas sumas, pero suponiendo ahora un sistema restringido a 5 bits, es decir BSS(5). Interpretar nuevamente los resultados verificar si son correctos (interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos)

3.2 Resta

Los siguientes son los posibles casos que pueden darse a la hora de **restar dos operandos de un bit cada uno**. Así como en la suma, son 8 casos pues se debe distinguir cuando se tiene acarreo y cuando no se tiene.

$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ - 1 \\ \hline 1 \end{array}$

17. ★ Realizar las siguientes restas:

- (a) 01101 - 00111
- (b) 11001 - 01111
- (c) 00000 - 00001

18. Interpretar los operandos y el resultado de cada resta ¿Se obtuvo un resultado correcto?
19. ★ Realizar las mismas restas pero suponiendo ahora un sistema restringido BSS(5). Interpretar nuevamente los resultados para verificar si son correctos

4 Otros sistemas de numeración

Ya vimos que el sistema binario tiene símbolos 0 y 1, y por lo tanto **la base es 2**.

- La forma de interpretar una cadena es haciendo multiplicaciones por 2 elevado a la potencia asignada a cada posición
- La representación, se divide sucesivamente por 2 hasta tener cociente 0.

En el sistema octal, que tiene los símbolos del 0 al 7, **la base es 8**:

- Las multiplicaciones realizadas para la interpretación serán por 8 elevado a la potencia asignada a cada posición
- Las divisiones realizadas para la representación serán por 8.

En el sistema hexadecimal, que tiene los símbolos del 0 al 9 y de la A a la F, **la base es 16**:

- Las multiplicaciones realizadas para la interpretación serán por 16 elevado a la potencia asignada a cada posición
- Las divisiones realizadas para la representación serán por 16.

Ejercicios para interpretar

20. Interpretar en Octal: 777
21. Interpretar en Base 3: 210
22. ★ Interpretar en hexadecimal: ABC

Representar en Octal y Hexadecimal

23. ★ Representar en Octal el valor 64
24. Representar en Hexadecimal el valor 64
25. Representar en Octal el valor 725
26. ★ Representar en Hexadecimal el valor 725

Agrupación de bits

27. ★ Convertir las siguientes cadenas binarias a cadenas en base 16 aplicando el método de **agrupación de bits**.
- (a) 1001 0110 1010 0101
 - (b) 0000 0110 0111 0000
 - (c) 0001 1101 0001 1110
 - (d) 0011 0010 1001 0000

5 Ejercicios Adicionales

28. Interpretá las siguientes cadenas en *Binario Sin Signo*.
- (a) 11001100
 - (b) 10010011
 - (c) 11100111
 - (d) 00011111
 - (e) 01010101
 - (f) 110000010100
29. Representá los siguientes números en $BSS(8)$, Luego **interpretá la cadena** obtenida para verificar que su respuesta es correcta.
- (a) 8
 - (b) 11
 - (c) 29
 - (d) 256
 - (e) 77
 - (f) 5
30. Calcule el rango de los siguientes sistemas de numeración.
- (a) $BSS(6)$
 - (b) $BSS(9)$
 - (c) $BSS(17)$
31. ¿Cuál es la cantidad mínima de bits necesaria en $BSS()$ para cada uno de los siguientes casos?
- a) números entre 1 y 40.
 - b) números entre 5 y 128.
 - c) El mes dentro de un año.
 - d) Edades (en años) de personas.
32. Cuatro amigos se van de copas y deben elegir el conductor designado. Uno de ellos decide utilizar una moneda.

- (a) ¿Cómo utilizaría la moneda para elegir uno de los cuatro?
 - (b) ¿Cuántos lanzamientos de la moneda necesita?
 - (c) ¿Puede resolverlo con sólo dos lanzamientos?
 - (d) ¿Y en el caso que deba elegir una persona entre 16?
 - (e) ¿Cual es el mínimo de lanzamientos necesarios?
33. Realizar las siguientes operaciones aritméticas e interpretar los resultados suponiendo un sistema restringido a 5 bits BSS(5). Interpretar los resultados y verificar si son correctos interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos.
- (a) $10001 + 01111$
 - (b) $01010 + 10111$
 - (c) $11111 + 00001$
 - (d) $01010 - 01010$
 - (e) $10101 - 01000$
 - (f) $00010 - 00100$
34. Convertir las siguientes cadenas binarias a cadenas en base 16 aplicando el método de **agrupación de bits**.
- (a) 1111 1011 0010 1101
 - (b) 0001 1111 0010 0000
 - (c) 0100 1000 1111 0001
 - (d) 1001 1100 1111 0001

References

- [1] Williams Stallings, *Computer Organization and Architecture*, octava edición, Editorial Prentice Hall, 2010. **Apéndice 8A: Sistemas de numeración**
- [2] Lección en mumuki sobre sistemas de numeración, <http://orga-unq.mumuki.io/lessons/55-bajo-nivel-sistemas-de-numeracion>.