Guía de ejercicios # 0 - Introducción a los sistemas de numeración

Organización de Computadoras 2017

UNQ

1 Evolución de las computadoras

1. ¿Qué partes propone John Von Neumann en su *Arquitectura de computadoras*? Enumeralas y explicalas brevemente a cada una.

2. ¿Por qué decimos que con el modelo de Von Neumann nace el concepto de software como lo conocemos? ¿Cómo era la programación hasta ese momento?

3. Indicar Verdadero o Falso. Justificar las falsas.

   (a) La arquitectura de Von Neumann utiliza binario para representar la información

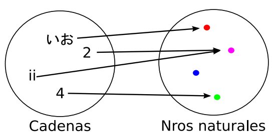
   (b) Hay una memoria para los datos y otra para el programa

   (c) La memoria realiza operaciones aritmeticas sobre los datos

2 Sistemas de Numeración: Interpretacion

Un sistema de numeración provee un mecanismo para representar números y así poder leerlos, transmitirlos, almacenarlos y comunicarlos. Cada sistema propone una forma particular de escribir valores, con sus propiedades y limitaciones. Por ejemplo, el sistema romano no permite escribir números negativos o fracciones. En los sistemas de numeración ponderados o **posicionales** el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ése símbolo ocupa en la cadena. Por ejemplo, la cadena 10 (en el sistema decimal) representa la cantidad de diez y la cadena 100 representa la cantidad cien. Además, ocurre que las cadenas 001, 01 y 1 representan todas el número uno.

Con cualquier cadena podemos realizar el proceso de **interpretación**, es decir: **obtener el valor de una cadena dada**.



Interpretando cadenas decimales

La cadena 10, como dijimos, representa el valor diez, o diez unidades, donde la unidad es el elemento mas pequeño. Le estamos dando valor también al decir que representa una decena, y si puedo expresar las decenas, entonces puedo escribirlo $1 * 10$ ó bien $1 * 10^1 + 0 * 10^0$

Interpretando cadenas Binarias

La interpretación decimal puede aplicarse casi directamente en el sistema binario, considerando que **la base es 2**

Veamos ejemplos:

- La cadena 11 se interpreta: $1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 2 + 1 = 3$
- La cadena 101 se interpreta: $1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 1 = 5$

Restringir el tamaño de las cadenas

El sistema binario como lo conocemos se denomina formalmente *Binario Sin Signo* y al ser utilizado en una computadora cuya capacidad de almacenamiento es limitada, se restinge la cantidad de símbolos que tiene la cadena. Por ejemplo en un sistema *Binario Sin Signo* donde todas sus cadenas tienen n bits, **lo denotaremos** $BSS(n)$.

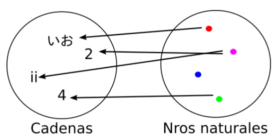
Ejercicios

Interpretá las siguientes cadenas en *Binario Sin Signo*.

1. 110
2. 1101
3. 101101
4. 01111111
5. 10101010
6. 00100010

2.1 Representando números

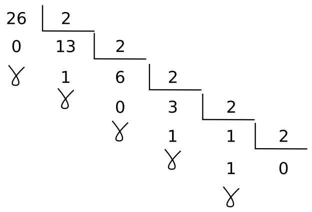
El proceso de **representacion** es el inverso al de interpretación, es decir: **construir una cadena a partir de un valor**.



Para representar valores mediante cadenas binarias, se deben realizar divisiones sucesivas por la base 2 hasta obtener un cociente igual a cero, tomando cada resto como bits de la cadena.

Vamos a un ejemplo, si se necesita representar el número 26:

1. Se divide el valor 26 por 2 hasta encontrar un cociente 0
2. Se construye la cadena tomando solo los restos, empezando por el último: 11010



Ejecicios para representar

1. **Representá los números** obtenidos en la sección de interpretación, para verificar que tus respuestas son correctas.
2. Graficá en un plano cartesiano la cantidad de cadenas posibles en función de la cantidad de bits disponibles. Considere hasta 6 bits. ¿Que aspecto tiene la función?
3. Representá los siguientes números en $BSS(8)$, Luego **interpretá la cadena** obtenida para verificar que su respuesta es correcta.
   (a) 4
   (b) 16
   (c) 15
   (d) 128
   (e) 176
   (f) 86

2.2 Rango

Considerar cúantas cadenas diferentes pueden obtenerse si se cuenta 3 dígitos (se denota $BSS(3)$). Son las siguientes: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 y 111, es decir 8 cadenas diferentes. Dicho de otra manera: con 3 bits pueden hacerse 8 combinaciones, es decir 2^3.

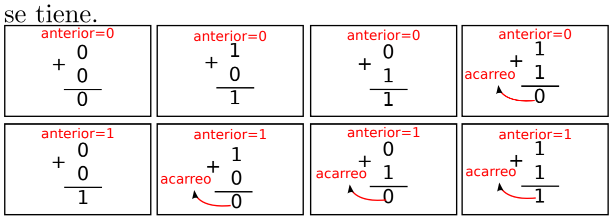
Además, dado que las cadenas están ordenadas alfabeticamente podemos deducir que la primera representa el mínimo mientras que la última representa al máximo valor del sistema dado. Para este ejemplo el rango es : $[0, 7]$

Ejercicios

1. Calcule el rango de los siguientes sistemas de numeración.
   (a) $BSS(5)$
   (b) $BSS(8)$
   (c) $BSS(16)$
   (d) $BSS(32)$
2. ¿Cuál es la cantidad mínima de bits necesaria en $BSS()$ para cada uno de los siguientes casos?
   a) números entre el 0 y el 15.
   b) números entre 0 y 60.
   c) Los días del mes.
   d) Las horas, minutos, segundos y centésimas para cronometrar una carrera de fórmula 1.
   e) La distancia en kilómetros de dos puntos dentro de Argentina.

3 Suma

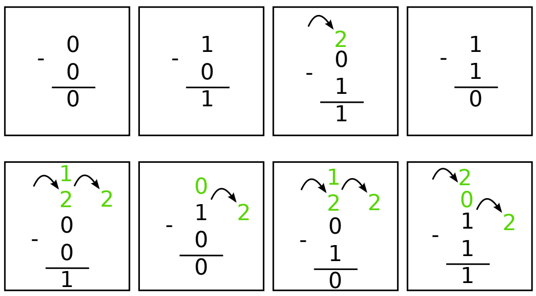
Veamos los casos posibles que pueden darse a la hora de **sumar dos operandos de un bit cada uno**. Son 8 casos pues se debe distinguir cuando se tiene acarreo y cuando no se tiene.



1. Realizar las siguientes sumas:
   (a) 10001 + 01110
   (b) 01111 + 01111
   (c) 10001 + 01001
2. Interpretar los operandos y el resultado de cada operación del punto anterior. ¿Se obtuvo un resultado correcto?
3. Realizar las mismas sumas, pero suponiendo ahora un sistema restringido a 5 bits, es decir BSS(5). Interpretar nuevamente los resultados verificar si son correctos (interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos)

4 Resta

Los siguientes son los posibles casos que pueden darse a la hora de **restar dos operandos de un bit cada uno**. Así como en la suma, son 8 casos pues se debe distinguir cuando se tiene acarreo y cuando no se tiene.



1. Realizar las siguientes restas:
   (a) 01101 - 00111
   (b) 11001 - 01111
   (c) 00000 - 00001
2. Interpretar los operandos y el resultado de cada resta ¿Se obtuvo un resultado correcto?
3. Realizar las mismas restas pero suponiendo ahora un sistema restringido BSS(5). Interpretar nuevamente los resultados para verificar si son correctos

5 Otros sistemas de numeración

Ya vimos que el sistema binario tiene símbolos 0 y 1, y por lo tanto **la base es 2**. Supongamos que tenemos el conjunto de símbolos {0,1,2,3,4,5,6,7}, entonces las cadenas válidas son combinaciones de esos símbolos, como por ejemplo: 2751, **y su base es 8**

Si pudieras reutilizar la interpretación que aprendiste para el sistema binario en este nuevo sistema, lo único que cambia es que son potencias de 8. Para interpretar la cadena anterior: $2*8^3+7*8^2+5*8^1+1*8^0$. Este sistema se denomina **Octal**.

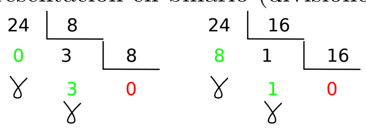
Otro sistema muy utilizado es el **sistema Hexadecimal**, cuyos símbolos son : {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}. Similarmente a los demas sistemas, la interpretación tiene la misma estructura pero con base 16 y con una salvedad, los valores de los caracteres (A..F) son los valores de 10 a 15. Por ejemplo, la interpretación de la cadena `AA` es $10*16^1+10*16^0$

Ejercicios para interpretar

1. Interpretar en Octal: `777`
2. Interpretar en Base 3: `210`
3. Interpretar en hexadecimal: `ABC`

Representar en Octal y Hexadecimal

No te olvides que podes reutilizar los conceptos de representación en binario (divisiones sucesivas.



cadena: `30` cadena: `18`

1. Representar en Octal el valor 64
2. Representar en Hexadecimal el valor 64
3. Representar en Octal el valor 725
4. Representar en Hexadecimal el valor 725

Agrupación de bits

Convertir las siguientes cadenas binarias a cadenas en base 16 aplicando el método de **agrupación de bits**.

1. 1001 0110 1010 0101
2. 0000 0110 0111 0000
3. 0001 1101 0001 1110
4. 0011 0010 1001 0000

6 Ejercicios Adicionales

1. Interpretá las siguientes cadenas en *Binario Sin Signo*.
   (a) 110
   (b) 1101
   (c) 101101
   (d) 01111111
   (e) 10101010
   (f) 00100010
   (g) 11001100
   (h) 10010011
   (i) 11100111
   (j) 00011111
   (k) 01010101
   (l) 110000010100
2. Representá los siguientes números en $BSS(8)$, Luego **interpretá la cadena** obtenida para verificar que su respuesta es correcta.
   (a) 8
   (b) 11
   (c) 29
   (d) 256
   (e) 77
   (f) 5
3. Calcule el rango de los siguientes sistemas de numeración.
   (a) $BSS(6)$
   (b) $BSS(9)$
   (c) $BSS(17)$
4. ¿Cuál es la cantidad mínima de bits necesaria en $BSS()$ para cada uno de los siguientes casos?
   a) números entre 1 y 40.
   b) números entre 5 y 128.
   c) El mes dentro de un año.
   d) Edades (en años) de personas.
5. Cuatro amigos se van de copas y deben elegir el conductor designado. Uno de ellos decide utilizar una moneda.
   (a) ¿Cómo utilizaría la moneda para elegir uno de los cuatro?
   (b) ¿Cuántos lanzamientos de la moneda necesita?
   (c) ¿Puede resolverlo con sólo dos lanzamientos?
   (d) ¿Y en el caso que deba elegir una persona entre 16?
   (e) ¿Cual es el mínimo de lanzamientos necesarios?
6. Realizar las siguientes operaciones aritméticas e interpretar los resultados suponiendo un sistema restringido a 5 bits BSS(5). Interpretar los resultados y verificar si son correctos interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos.
   (a) 10001 + 01111
   (b) 01010 + 10111
   (c) 11111 + 00001
   (d) 01010 - 01010
   (e) 10101 - 01000

(f) 00010 - 00100

7. Convertir las siguientes cadenas binarias a cadenas en base 16 aplicando el método de **agrupación de bits**.

   (a) 1111 1011 0010 1101

   (b) 0001 1111 0010 0000

   (c) 0100 1000 1111 0001

   (d) 1001 1100 1111 0001

References

[1] Williams Stallings, *Computer Organization and Architecture*, octava edición, Editorial Prentice Hall, 2010. **Apéndice 8A: Sistemas de numeración**

[2] Evolucion de las computadoras (apunte de la materia) , `http://orga.blog.unq.edu.ar/wp-content/uploads/sites/5/2015/08/evolucion-VN.pdf`.

[3] Lección en mumuki sobre sistemas de numeración, `http://orga-unq.mumuki.io/lessons/55-bajo-nivel-sistemas-de-numeracion`.