

Guía de ejercicios # 0 - Introducción a los sistemas de numeración

Organización de Computadoras 2016

UNQ

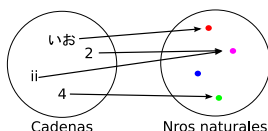
1 Evolución de las computadoras

1. ¿Qué partes propone John Von Neumann en su *Arquitectura de computadoras*? Enumeralas y explicalas brevemente a cada una.
2. ¿Por qué decimos que con el modelo de Von Neumann nace el concepto de software como lo conocemos? ¿Cómo era la programación hasta ese momento?
3. Indicar Verdadero o Falso. Justificar las falsas.
 - (a) La arquitectura de Von Neumann utiliza binario para representar la información
 - (b) Hay una memoria para los datos y otra para el programa
 - (c) La memoria realiza operaciones aritmeticas sobre los datos

2 Sistemas de Numeración: Interpretacion

Un sistema de numeración provee un mecanismo para representar números y así poder leerlos, transmitirlos, almacenarlos y comunicarlos. Cada sistema propone una forma particular de escribir valores, con sus propiedades y limitaciones. Por ejemplo, el sistema romano no permite escribir números negativos o fracciones. En los sistemas de numeración ponderados o **posicionales** el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ése símbolo ocupa en la cadena. Por ejemplo, la cadena 10 (en el sistema decimal) representa la cantidad de diez y la cadena 100 representa la cantidad cien. Además, ocurre que las cadenas 001, 01 y 1 representan todas el número uno.

Con cualquier cadena podemos realizar el proceso de **interpretación**, es decir: **obtener el valor de una cadena dada**.



Interpretando cadenas decimales

La cadena 10, como dijimos, representa el valor diez, o diez unidades, donde la unidad es el elemento mas pequeño. Le estamos dando valor también al decir que representa una decena, y si puedo expresar las decenas, entonces puedo escribirlo $1 * 10$ ó bien $1 * 10^1 + 0 * 10^0$

Interpretando cadenas Binarias

La interpretación decimal puede aplicarse casi directamente en el sistema binario, considerando que **la base es 2**. Veamos ejemplos:

- La cadena 11 se interpreta: $1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 2 + 1 = 3$
- La cadena 101 se interpreta: $1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 1 = 5$

Restringir el tamaño de las cadenas

El sistema binario como lo conocemos se denomina formalmente *Binario Sin Signo* y al ser utilizado en una computadora cuya capacidad de almacenamiento es limitada, se restringe la cantidad de símbolos que tiene la cadena. Por ejemplo en un sistema *Binario Sin Signo* donde todas sus cadenas tienen n bits, **lo denotaremos** $BSS(n)$.

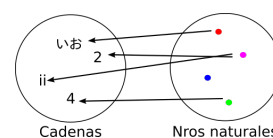
Ejercicios

Interpretá las siguientes cadenas en *Binario Sin Signo*.

1. 110
2. 1101
3. 101101
4. 01111111
5. 10101010
6. 00100010
7. 11001100
8. 10010011
9. 11100111
10. 00011111
11. 01010101
12. 110000010100

2.1 Representando números

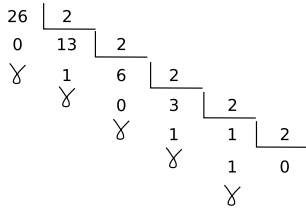
El proceso de **representacion** es el inverso al de interpretación, es decir: **construir una cadena a partir de un valor**.



Para representar valores mediante cadenas binarias, se deben realizar divisiones sucesivas por la base 2 hasta obtener un cociente igual a cero, tomando cada resto como bits de la cadena.

Vamos a un ejemplo, si se necesita representar el número 26:

1. Se divide el valor 26 por 2 hasta encontrar un cociente 0



2. Se construye la cadena tomando solo los restos, empezando por el último: 11010

Ejercicios para representar

1. Representá los números obtenidos en la sección de interpretación, para verificar que tus respuestas son correctas.
2. Graficá en un plano cartesiano la cantidad de cadenas posibles en función de la cantidad de bits disponibles. Considere hasta 6 bits. ¿Que aspecto tiene la función?
3. Representá los siguientes números en $BSS(8)$, Luego **interpretá la cadena** obtenida para verificar que su respuesta es correcta.
 - (a) 4
 - (b) 8
 - (c) 16
 - (d) 15
 - (e) 11
 - (f) 29
 - (g) 128
 - (h) 176
 - (i) 256
 - (j) 86
 - (k) 77
 - (l) 5

2.2 Rango

Pensemos cuántas cadenas diferentes pueden obtenerse si tenemos 3 dígitos (se denota $BSS(3)$)

- 000
- 001
- 010
- 011
- 100

- 101
- 110
- 111

Vemos que obtenemos 8 cadenas diferentes, es decir que con 3 bits pueden hacerse 8 combinaciones, es decir 2^3 . Dado que las cadenas están ordenadas alfabéticamente podemos deducir que la primera representa el mínimo mientras que la última representa al máximo valor del sistema dado. Para este ejemplo el rango es : $[0, 7]$

Ejercicios

1. Cuatro amigos se van de copas y deben elegir el conductor designado. Uno de ellos decide utilizar una moneda.
 - (a) ¿Cómo utilizaría la moneda para elegir uno de los cuatro?
 - (b) ¿Cuántos lanzamientos de la moneda necesita?
 - (c) ¿Puede resolverlo con sólo dos lanzamientos?
 - (d) ¿Y en el caso que deba elegir una persona entre 16?
 - (e) ¿Cual es el mínimo de lanzamientos necesarios?
2. Calcule el rango de los siguientes sistemas de numeración.
 - (a) $BSS(5)$
 - (b) $BSS(6)$
 - (c) $BSS(8)$
 - (d) $BSS(9)$
 - (e) $BSS(16)$
 - (f) $BSS(17)$
 - (g) $BSS(32)$
3. ¿Cuál es la cantidad mínima de bits necesaria en $BSS()$ para cada uno de los siguientes casos?
 - a) números entre el 0 y el 15.
 - b) números entre 1 y 40.
 - c) números entre 0 y 60.
 - d) números entre 5 y 128.
 - e) Los días del mes.
 - f) El mes dentro de un año.
 - g) Las horas, minutos, segundos y centésimas para cronometrar una carrera de fórmula 1.
 - h) Edades (en años) de personas.
 - i) La distancia en kilómetros de dos puntos dentro de Argentina.

3 Sumas y restas

Repasemos los casos de la suma de 1 bit (con y sin acarreo anterior)

anterior=0 $\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=0 $\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo
anterior=1 $\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$	anterior=1 $\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo	anterior=1 $\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 0 \end{array}$ acarreo	anterior=1 $\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$ acarreo

Veamos entonces los casos de la resta de 1 bit:

$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ - 1 \\ \hline 1 \end{array}$

- Realizar las siguientes operaciones aritméticas e interpretar los resultados. Verifique si los resultados son correctos interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos.
 - 10001 + 01110
 - 10001 + 01111
 - 01111 + 01111
 - 01010 + 10111
 - 10001 + 01001
 - 11111 + 00001
 - 01101 - 00111
 - 01010 - 01010
 - 11001 - 01111
 - 10101 - 01000
 - 00000 - 00001
 - 00010 - 00100

- Realizar las mismas operaciones aritméticas anteriores, pero suponiendo ahora un sistema restringido a 5 bits. Es decir BSS(5). Interpretar nuevamente los resultados verificar si son correctos interpretando los operandos y sumando o restando los valores obtenidos.

4 Otros sistemas de numeración

Ya vimos que el sistema binario tiene símbolos 0 y 1, y por lo tanto **la base es 2**. Supongamos que tenemos el conjunto de símbolos {0,1,2,3,4,5,6,7}, entonces las cadenas válidas son combinaciones de esos símbolos, como por ejemplo: 2751, y **su base es 8**

Si pudieras reutilizar la interpretación que aprendiste para el sistema binario en este nuevo sistema, lo único que cambia es que son potencias de 8. Para interpretar la cadena anterior: $2 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0$. Este sistema se denomina **Octal**.

Otro sistema muy utilizado es el **sistema Hexadecimal**, cuyos símbolos son : {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}.

Similarmente a los demas sistemas, la interpretación tiene la misma estructura pero con base 16 y con una salvedad, los valores de los caracteres (A..F) son los valores de 10 a 15. Por ejemplo, la interpretación de la cadena AA es $10 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0$

Ejercicios para interpretar

- Interpretar en Octal: 777
- Interpretar en Base 3: 210
- Interpretar en hexadecimal: ABC

Representar en Octal y Hexadecimal

No te olvides que puedes reutilizar los conceptos de representación en binario (divisiones sucesivas).

24 8	24 16
0 3 8	8 1 16
∕ 3 0	∕ 1 0
cadena: 30	cadena: 18

- Representar en Octal el valor 64
- Representar en Hexadecimal el valor 64
- Representar en Octal el valor 725
- Representar en Hexadecimal el valor 725

Agrupación de bits

Convertir las siguientes cadenas binarias a cadenas en base 16 aplicando el método de **agrupación de bits**.

- 1001 0110 1010 0101
- 1111 1011 0010 1101
- 0000 0110 0111 0000
- 0001 1111 0010 0000
- 0001 1101 0001 1110
- 0100 1000 1111 0001
- 0011 0010 1001 0000
- 1001 1100 1111 0001

References

[1] Williams Stallings, *Computer Organization and Architecture*, octava edición, Editorial Prentice Hall, 2010. **Apéndice 8A: Sistemas de numeración**

[2] Evolucion de las computadoras (apunte de la materia) , <http://orga.blog.unq.edu.ar/wp-content/uploads/sites/5/2015/08/evolucion-VN.pdf>.

[3] Lección en mumuki sobre sistemas de numeración, <http://orga-unq.mumuki.io/lessons/55-bajo-nivel-sistemas-de-numeracion>.