

Representación de números fraccionarios: Punto Flotante

Organización de computadoras

Universidad Nacional de Quilmes

<http://orga.blog.unq.edu.ar>

1 Herramientas previas

- Signo Magnitud (Binario con signo)
 - Representación en Signo-Magnitud
 - Rango

2 Punto Flotante

- Interpretación
- Rango y resolución
- Múltiples representaciones: Normalización
 - Bit implícito

Repaso

- ① Punto Fijo
 - ① Motivación
 - ② Interpretar
 - ③ Rango
 - ④ Resolución
 - ⑤ Representar

Punto Fijo: Interpretar

Interpretación en $BSS(n, m)$: dos mecanismos

(A)

Sumar considerando los
pesos fraccionarios

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{bss(5,2)}(00101) &= 2^0 + 2^{-2} \\ &= 1,25\end{aligned}$$

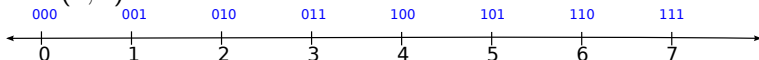
(B)

Interpretar el número como
en $BSS()$ y **dividir por 2^m**

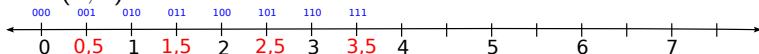
$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{bss(5,2)}(00101) &= \frac{\mathcal{I}_{bss(5)}(00101)}{4} \\ &= \frac{5}{4} = 1,25\end{aligned}$$

Punto Fijo: Rango y Resolución

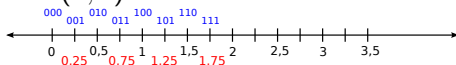
$BSS(3, 0)$



$BSS(3, 1)$



$BSS(3, 2)$



Punto Fijo: Representar

(Separando partes)

La parte Entera:  como en $BSS(n - m)$.

La parte Fraccionaria:  con el método de las multiplicaciones sucesivas

(Corriendo la coma)

Correr el punto fraccionario para poder utilizar la representación en $BSS(n)$

¿Porqué otro sistema nuevo?

Con el enfoque de punto fijo:

- 1 No pueden representarse números muy grandes a no ser que se agreguen muchos bits.
- 2 Tampoco pueden representarse fracciones muy pequeñas  El error relativo es muy importante en los valores pequeños.

Pero antes...

Necesitamos algunas herramientas





Otro sistema entero

Signo-magnitud

Signo Magnitud (Binario con signo)

- En el sistema decimal usamos el signo '-' para representar números negativos.
- En *Signo-Magnitud* reservaremos un bit para indicar signo:
0=positivo, 1=negativo.

Ejemplo

$SM(8)$

S	M	M	M	M	M	M	M
---	---	---	---	---	---	---	---

- S = Signo
- M = Magnitud

Interpretación $SM()$

Ejemplos de interpretación $SM(8)$

$$\mathcal{I}_{SM}(10001011) = (-1) \times (1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = -11$$

$$\mathcal{I}_{SM}(00001011) = (1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = 11$$

$$\mathcal{I}_{SM}(10100111) = (-1) \times (2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = -37$$

$$\mathcal{I}_{SM}(00100111) = (2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = 37$$

$$\mathcal{I}_{SM}(11011000) = (-1) \times (2^6 + 2^4 + 2^3) = -88$$

$$\mathcal{I}_{SM}(00000000) = 0$$

$$\mathcal{I}_{SM}(10000000) = (-1) \times (0) = 0$$

$$\mathcal{I}_{SM}(01111111) = (2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = 127$$

$$\mathcal{I}_{SM}(11111111) = (-1) \times (2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = -127$$

Interpretación en el sistema sm

En general, la interpretación de números en sistema $SM(n)$ bits podemos definirla por la siguiente fórmula:

$$\mathcal{I}_{sm(n)}(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_2b_1b_0) = (-1)^{b_{n-1}} \times \mathcal{I}_{bss(n-1)}(b_{n-2}\dots b_0)$$

El rango de un sistema $SM(n)$ es $[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}-1]$

Representación en Signo-Magnitud

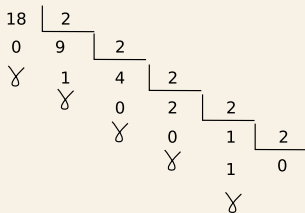
Representación en *Signo-Magnitud*

- 1 Usar el método de las divisiones sucesivas sobre el valor absoluto (con un bit menos) para construir la **magnitud**
- 2 Se antepone el bit de signo

Ejemplos de representación usando $SM(8)$

Ejemplo

Representar el número 18 en $SM(8)$:

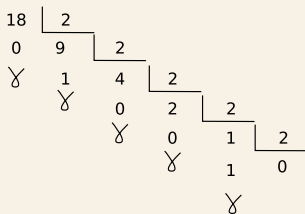


- 1 Asi, $\mathcal{R}(18) = 10010$.
- 2 Completar los 7 bits $\therefore \mathcal{R}_{bss(7)}(18) = 0010010$
- 3 Anteponer el bit de signo: $\implies \mathcal{R}_{sm(8)}(18) = 00010010$

Ejemplos de representación usando $SM(8)$

Ejemplo

Representar el número -18 en $SM()$ en 8 bits:



- 1 Asi, $\mathcal{R}(18) = 10010$.
- 2 Completar los 7 bits $\therefore \mathcal{R}_{bss(7)}(18) = 0010010$
- 3 Anteponer el bit de signo: $\implies \mathcal{R}_{sm(8)}(-18) = 10010010$

Rango del *Signo-Magnitud*

Mínimo

El número más chico representable será el que tenga la **magnitud más grande** pero con **signo negativo**.

Máximo

El número más grande representable se logrará con la **magnitud más grande** posible y **signo positivo**.

Ejemplo

$SM(8)$:

- El número más grande es: $\mathcal{I}_{sm}(01111111) = (2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = 127$
- Y el más chico es: $\mathcal{I}_{sm}(11111111) = -1 \times (2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = -127$

∴ Por lo tanto, el rango del sistema sm de 8 bits es $[-127, 127]$.

Doble representación del cero

- El número 0 tiene dos representaciones posibles:
 - 1 magnitud cero con signo positivo
 - 2 magnitud cero con signo negativo.
- En $SM(8)$ el cero puede ser escrito como:
 $\mathcal{I}_{sm}(00000000)=\mathcal{I}_{sm}(10000000)=0$

Punto Flotante

La notación científica (35×10^9)

Una que conocemos todos: Notación científica

permite representar de manera compacta números muy grandes y muy pequeños

Ejemplo

$$87,000,000,000,000,000,000,000 = 0,87 \times 10^{23}$$

$$0,000000000000000087 = 0,87 \times 10^{-14}$$

- deslizar en forma dinámica el punto decimal a una posición conveniente
- usar el exponente del 10 para tener registro de donde estaba la coma originalmente

Sistemas de Punto Flotante

- Codificación de números mediante **Mantisa** y **Exponente**.
- Los números se escriben como:

$$N = M * B^E$$

Donde N es el número que se quiere representar, M y E son la Mantisa y el Exponente respectivamente, y B la base del sistema.

Sistemas de Punto Flotante

De esta forma, representaremos los números con dos partes:

- Mantisa
- Exponente

La base del sistema será fija (2) y por eso no será necesario representarla, quedando implícita.

Las partes de Mantisa y Exponente utilizarán sistemas ya vistos anteriormente.

Formato

Las dos partes pueden organizarse:

Mantisa	Exponente
---------	-----------

ó bien:

Exponente	Mantisa
-----------	---------

Interpretación en Punto Flotante

Punto Flotante: Interpretación

- 1 Interpretar la mantisa para obtener el número **M**
- 2 Interpretar el exponente para obtener el número **e**
- 3 Componer el número $N = M * 2^E$

¿Cómo?

Usando los sistemas de mantisa y exponente por separado

Punto Flotante: Interpretación

Ejemplo

Mantisa $BSS(2)$	Exponente $BSS(2)$
------------------	--------------------

¿Cuánto vale $\mathcal{I}(0110)$?

Mantisa

Exponente

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(01) = 1 = M$$

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(10) = 2 = E$$

$$N = M * 2^E = 1 * 2^2 = 4$$

Punto Flotante: Interpretación

Ejemplo

Mantisa $BSS(2)$	Exponente $BSS(2)$
------------------	--------------------

¿Cuánto vale $\mathcal{I}(1111)$?

Mantisa

Exponente

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(11) = 3 = M$$

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(11) = 3 = E$$

$$N = M * 2^E = 3 * 2^3 = 24$$

Punto Flotante: Interpretación

Ejemplo

Mantisa $BSS(2)$	Exponente $BSS(2)$
------------------	--------------------

¿Cuánto vale $\mathcal{I}(0001)$?

Mantisa

Exponente

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(00) = 0 = M$$

$$\mathcal{I}_{bss(2)}(01) = 1 = E$$

$$N = M * 2^E = 0 * 2^1 = 0$$

Punto Flotante

Ejemplo

Mantisa en $SM(11)$ y exponente en $CA2(5)$

Mantisa $BSS(10)$	S	Exp $CA2(5)$
-------------------	---	--------------

¿Cuánto vale la cadena 0001101010000010?

- $M = \mathcal{I}_{bss}(0001101010) = 106$
- $S = 0 = \text{positivo}$
- $E = \mathcal{I}_{ca2}(00010) = 2$

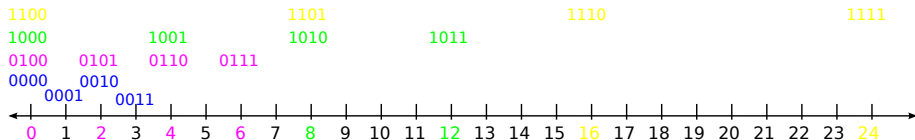
$$N = M * B^E = 106 * 2^2 = 424$$

Completar la tabla

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $BSS(2)$
--------------------	------------------

Cadena	E	M	N
0000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
0010	0	2	$2 * 2^0 = 2$
0011	0	3	$3 * 2^0 = 3$
0100	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0101	1	1	$1 * 2^1 = 2$
0110	1	2	$2 * 2^1 = 4$
0111	1	3	$3 * 2^1 = 6$
1000	2	0	$0 * 2^2 = 0$
1001	2	1	$1 * 2^2 = 4$
1010	2	2	$2 * 2^2 = 8$
1011	2	3	$3 * 2^2 = 12$
1100	3	0	$0 * 2^3 = 0$
1101	3	1	$1 * 2^3 = 8$
1110	3	2	$2 * 2^3 = 16$
1111	3	3	$3 * 2^3 = 24$

Completar la tabla



- $\text{exponente} = 0$
- $\text{exponente} = 1$
- $\text{exponente} = 2$
- $\text{exponente} = 3$

¿Cuántos números pueden representarse?:

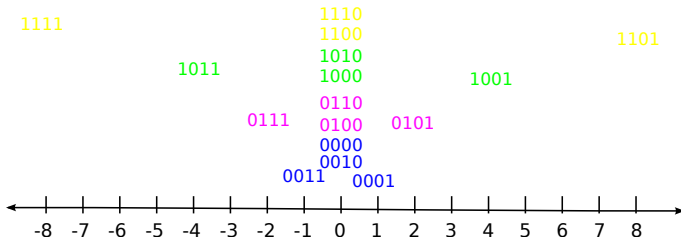
$$\#\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24\} = 10$$

Completar la tabla: mantisa $SM(2)$

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $SM(2)$
--------------------	-----------------

Cadena	E	M	N
0000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
0010	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0011	0	-1	$-1 * 2^0 = -1$
0100	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0101	1	1	$1 * 2^1 = 2$
0110	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0111	1	-1	$-1 * 2^1 = -2$
1000	2	0	$0 * 2^2 = 0$
1001	2	1	$1 * 2^2 = 4$
1010	2	0	$0 * 2^2 = 0$
1011	2	-1	$-1 * 2^2 = -4$
1100	3	0	$0 * 2^3 = 0$
1101	3	1	$1 * 2^3 = 8$
1110	3	0	$0 * 2^3 = 0$
1111	3	-1	$-1 * 2^3 = -8$

Completar la tabla



- **exponente = 0**
- **exponente = 1**
- **exponente = 2**
- **exponente = 3**

¿Cuántos números pueden representarse?:

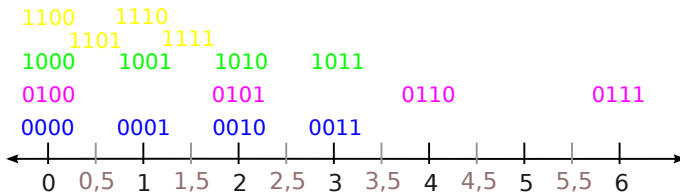
$$\#\{-8, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 8\} = 9$$

Completar la tabla: exponente $SM(2)$

Exponente $SM(2)$	Mantisa $BSS(2)$
-------------------	------------------

Cadena	E	M	N
0000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
0010	0	2	$2 * 2^0 = 2$
0011	0	3	$3 * 2^0 = 3$
0100	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0101	1	1	$1 * 2^1 = 2$
0110	1	2	$2 * 2^1 = 4$
0111	1	3	$3 * 2^1 = 6$
1000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
1001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
1010	0	2	$2 * 2^0 = 2$
1011	0	3	$3 * 2^0 = 3$
1100	-1	0	$0 * 2^{-1} = 0$
1101	-1	1	$1 * 2^{-1} = 0,5$
1110	-1	2	$2 * 2^{-1} = 1$
1111	-1	3	$3 * 2^{-1} = 1,5$

Completar la tabla



- exponente = 0
- exponente = 1
- exponente = 0
- exponente = -1

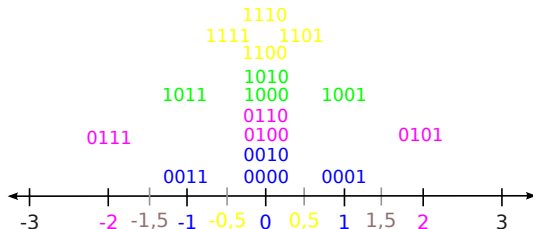
¿Cuántos números pueden representarse?: $\#\{0, 0,5, 1, 1,5, 2, 3, 4, 6\} = 8$

Completar la tabla: Mantisa y exponente $SM(2)$

Exponente $SM(2)$	Mantisa $SM(2)$
-------------------	-----------------

Cadena	E	M	N
0000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
0010	0	0	$0 * 2^0 = 0$
0011	0	-1	$-1 * 2^0 = -1$
0100	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0101	1	1	$1 * 2^1 = 2$
0110	1	0	$0 * 2^1 = 0$
0111	1	-1	$-1 * 2^1 = -2$
1000	0	0	$0 * 2^0 = 0$
1001	0	1	$1 * 2^0 = 1$
1010	0	0	$0 * 2^0 = 0$
1011	0	-1	$-1 * 2^0 = -1$
1100	-1	0	$0 * 2^{-1} = 0$
1101	-1	1	$1 * 2^{-1} = 0,5$
1110	-1	0	$0 * 2^{-1} = 0$
1111	-1	-1	$-1 * 2^{-1} = -0,5$

Completar la tabla



- $\text{exponente} = 0$
- $\text{exponente} = 1$
- $\text{exponente} = 0$
- $\text{exponente} = -1$

¿Cuántos números pueden representarse?:

$\#\{-2, -1, -0,5, 0, 0,5, 1, 2\} = 7$

Hablemos del rango

Rango

- M en $SM(11)$
- E en $CA2(5)$

¿Cuál es el número representable mas grande?



El número representable más grande será: 1111111111 0 01111

- $M = \mathcal{I}_{bss}(1111111111) = 1023$
- $S = 0 = \text{positivo}$
- $E = \mathcal{I}_{ca2}(01111) = 15$

$$MAX = 1023 * 2^{15} = 33,521,664$$

Rango

- M en $SM(11)$
- E en $CA2(5)$

¿Cuál es el número representable mas chico?



- El número representable más chico será similar pero con signo negativo

$$MIN = \mathcal{I}(1111111111101111) = -1023 * 2^{15} = -33,521,664$$

- El número cero podrá representarse con mantisa 0 y cualquier signo o exponente.

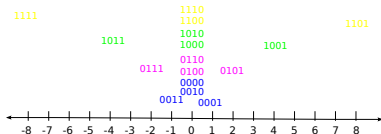
¿Cuál es el máximo? ¿Cuál es el mínimo?

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $BSS(2)$
--------------------	------------------



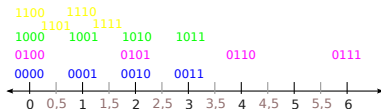
Rango: $[0, 24]$

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $SM(2)$
--------------------	-----------------



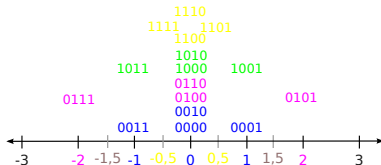
Rango: $[-8, 8]$

Exponente $SM(2)$	Mantisa $BSS(2)$
-------------------	------------------



Rango: $[0, 6]$

Exponente $SM(2)$	Mantisa $SM(2)$
-------------------	-----------------



Rango: $[-2, 2]$

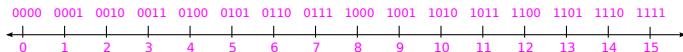
Ejercicio: Completar la tabla!

M	$SM(2)$	E	$CA2(2)$
---	---------	---	----------

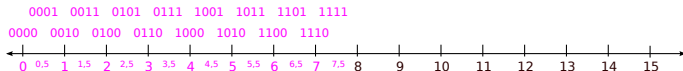
Hablemos de resolución

Resolución

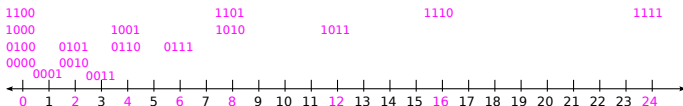
- Los sistemas enteros tienen siempre resolución igual a 1



- Los sistemas de punto fijo tienen resolución fija (< 1)



- Los sistemas de punto flotante ...



¡Resolución variable!



Con punto flotante no se representan mas valores que con punto fijo.
¿Porqué?

- M en $SM(11)$
- E en $CA2(5)$

¿Cuál es la resolución del sistema?

¿Cuál es la resolución del sistema?

- M en $SM(11)$
- E en $CA2(5)$

¿Cómo se calcula la resolución?



Tomando una cadena cualquiera...

$$\mathcal{I}(0000110110000100) = +54 * 2^4 = 864$$

y calculando la distancia al inmediato anterior o posterior

¿Cuál es la resolución del sistema? (M:SM(11), E:CA2(5))

$$\mathcal{I}(0000110110000100) = +54 * 2^4 = 864$$

Inmediato anterior



M=53, se tiene:

$$\begin{aligned} R &= |53 * 2^4 - 54 * 2^4| = |(53 - 54) * 2^4| \\ &= |-1 * 2^4| = 2^4 \end{aligned}$$

Inmediato posterior



M=55, se tiene:

$$\begin{aligned} R &= |55 * 2^4 - 54 * 2^4| = \\ &= |1 * 2^4| = 2^4 \end{aligned}$$

¿Cuál es la resolución del sistema? (M:SM(11), E:CA2(5))

$$\mathcal{I}(0000001110011011) = +14 * 2^{-5} = 0,4375$$

Inmediato anterior



M=13, se tiene:

$$R = |13 * 2^{-5} - 14 * 2^{-5}|$$

$$= |-1 * 2^{-5}| = 2^{-5} = 0,03125$$

Inmediato posterior



M=15, se tiene:

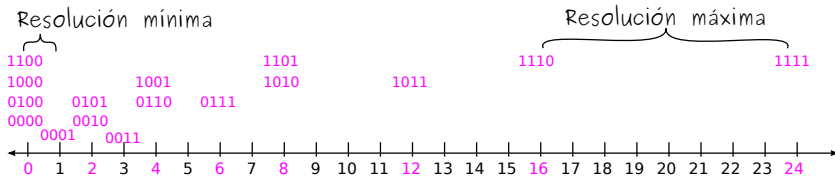
$$R = |15 * 2^{-5} - 14 * 2^{-5}| =$$

$$|1 * 2^{-5}| = 2^{-5} = 0,03125$$

Resolución variable

La resolución depende del valor del exponente

- Si el exponente es pequeño  los números se acercan a cero y la resolución se achica aumentando la precisión
- Si el exponente es grande  los números acercan a los extremos del rango y la resolución se agranda perdiendo precisión.



Múltiples representaciones

Mantisa $SM(11)$

Exponente $Ex(5, 16)$

Ejercicio: Interpretar las siguientes cadenas de bits

① 0000000100 0 10001

$$\textcircled{1} \mathcal{I}(0000000100010001) = 4 * 2^1 = 8$$

② 0000001000 0 10000

$$\textcircled{2} \mathcal{I}(0000001000010000) = 8 * 2^0 = 8$$

③ 0000010000 0 01111

$$\textcircled{3} \mathcal{I}(0000010000001111) = 16 * 2^{-1} = 8$$

④ 1000000000 0 01010

$$\textcircled{4} \mathcal{I}(1000000000001010) = 512 * 2^{-6} = 8$$

¡El número 8 se puede escribir de varias maneras!

Múltiples representaciones

¡El número 8 se puede escribir de varias maneras!



¡El sistema es ambiguo!

¡Se desperdician cadenas!

Normalización

Múltiples representaciones: Normalización

Cadena normalizada

Una cadena **está normalizada**, si su dígito más significativo (el de más a la izquierda) es diferente a 0. Si un número tiene representación normalizada, ésta será única.

- ❶ 0000000100 0 10001
- ❷ 0000001000 0 10000
- ❸ 0000010000 0 01111
- ❹ 1000000000 0 01010 (Cadena normalizada)

Sistema Normalizado

Diremos que un sistema es un sistema normalizado, si todas sus cadenas están normalizadas.

Múltiples representaciones: Normalización

¿Cómo represento el cero en un sistema normalizado?
(M $BSS(2)$, E $BSS(2)$)



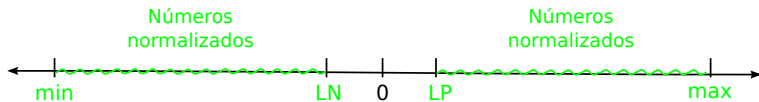
El número 0 no tiene representación normalizada posible



Un sistema normalizado no puede representar el número 0

En la práctica, los sistemas normalizados tienen una representación especial que representa 0

Un sistema normalizado no puede representar el número 0



Múltiples representaciones: Normalización

Sistema normalizado



Cadenas descartadas: las que comienzan con **0**



¿Solución?

Bit implícito

Si todas las cadenas están normalizadas, podemos omitir
la escritura del primer bit



Se gana un bit!

Bit implícito

Sistema **SIN** bit implícito

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $BSS(2)$
--------------------	------------------



$$\mathcal{I}(0011) = (2^1 + 2^0) * 2^0 = 3$$

Sistema **CON** bit implícito

Exponente $BSS(2)$	Mantisa $BSS(2)$
--------------------	------------------



$$\mathcal{I}(0011)$$



$$\mathcal{I}(00\mathbf{1}11) = (2^2 + 2^1 + 2^0) * 2^0 = 7$$

Bit implícito

Una mantisa con n bits normalizada...

Sin bit implícito

Tiene 2^n cadenas
donde la mitad son inválidas
 $\therefore \frac{2^n}{2} = 2^{n-1}$ combinaciones

Con bit implícito

Tiene 2^{n+1} cadenas
donde la mitad son inválidas
 $\therefore \frac{2^{n+1}}{2} = 2^n$ combinaciones ✓

Representación en Punto Flotante

Representación

- 1 Aproximar el número **X** como en **punto fijo** usando los bits de la mantisa (+1).
- 2 Establecer el valor del exponente para **recordar** la posición de la coma
- 3 Normalizar la cadena, indicando donde está la coma mediante el exponente.
- 4 Quitar el bit implícito

Ejemplo

X=6 con M: $BSS(4)$ E: $SM(4)$

- 1 Aproximar en **5** bits: $00110,0$
- 2 Definir exponente: $6 = \mathcal{I}(00110) * 2^0$
- 3 Normalizar: $6 = \mathcal{I}(11000) * 2^{-2}$
- 4 Representar el exponente: $\mathcal{R}(-2) = 1010$
- 5 Sacar bit implícito: **10101000**

Representación

Ejemplo

$X=30$ con M: $BSS(4)$ E: $SM(4)$

- 1 Aproximar en 5 bits: 11110,0
- 2 Definir exponente: $30 = \mathcal{I}(11110) * 2^0$
- 3 Normalizar: ✓
- 4 Representar el exponente: $\mathcal{R}(0) = 0000$
- 5 Sacar bit implícito: 00001110



$$\mathcal{I}(00001110) = \mathcal{I}_{bss(5)}(11110) * 2^0 = 30 * 2^0$$

Representación

Ejemplo

$X=0,5$ con M: $BSS(4)$ E: $SM(4)$

- ➊ Aproximar en 5 bits: 0000,1
- ➋ Definir exponente: $0,5 = \mathcal{I}(00001) * 2^{-1}$
- ➌ Normalizar: $0,5 = \mathcal{I}(10000) * 2^{-5}$
- ➍ Representar el exponente: $\mathcal{R}(-5) = 1101$
- ➎ Sacar bit implícito: 11010000



$$\mathcal{I}(11010000) = \mathcal{I}_{bss(5)}(10000) * 2^{-5} = 16 * 2^{-5} = \frac{16}{32} = 0,5$$

Representación

Ejemplo

Otra forma: $X=0,5$ con M: $BSS(4)$ E: $SM(4)$

- ➊ Aproximar en 5 bits: 0,1000
- ➋ Definir exponente: $0,5 = \mathcal{I}(01000) * 2^{-4}$
- ➌ Normalizar: $0,5 = \mathcal{I}(10000) * 2^{-5}$
- ➍ Representar el exponente: $\mathcal{R}(-5) = 1101$
- ➎ Sacar bit implícito: 11010000



$$\mathcal{I}(11010000) = \mathcal{I}_{bss(5)}(10000) * 2^{-5} = 16 * 2^{-5} = \frac{16}{32} = 0,5$$

Representar $X=5,1$

Ejemplo

$X=5,1$ con M: $BSS(4)$ E: $SM(4)$

- 1 Aproximar en 5 bits. Parte entera: 101. Parte fraccionaria:
 - 1 $0,1 * 2 = 0,2$
 - 2 $0,2 * 2 = 0,4$
 - 3 $0,4 * 2 = 0,8$  redondeo
- 2 Definir exponente: $5,1 \approx \mathcal{I}(10100) * 2^{-2}$
- 3 Normalizar: $\checkmark$
- 4 Representar el exponente: $\mathcal{R}(-2) = 1010$
- 5 Sacar bit implícito: **10100100**



$$\mathcal{I}(\mathbf{10100100}) = \mathcal{I}_{bss(5)}(10100) * 2^{-2} = 20 * 2^{-2} = \frac{20}{4} = 5$$

Ejemplo

$X=5,1$ con M: $BSS(4, 4)$ E: $SM(4)$

- 1 Aproximar en 5 bits. Parte entera: 101. Parte fraccionaria:
 - 1 $0,1 * 2 = 0,2$
 - 2 $0,2 * 2 = 0,4$
 - 3 $0,4 * 2 = 0,8$  redondeo
- 2 Definir exponente: $5,1 \approx \mathcal{I}(10100) * 2^3$
- 3 Normalizar: $\checkmark$
- 4 Representar el exponente: $\mathcal{R}(3) = 0011$
- 5 Sacar bit implícito: **00110100**



$$\mathcal{I}(\mathbf{00110100}) = \mathcal{I}_{bss(5,5)}(10100) * 2^3 = (2^{-1} + 2^{-3}) * 2^3 = 2^{-1} * 2^3 + 2^{-3} * 2^3 = 2^2 + 1 = 5$$

Representar $X=0,005$

Ejemplo

$X=0,005$ con M: BSS(8, 8) E:SM(5)

1 Aproximar en 9 bits. Parte fraccionaria:

1 $0,005 * 2 = 0,01$

2 $0,01 * 2 = 0,02$

3 $0,02 * 2 = 0,04$

4 $0,04 * 2 = 0,08$

5 $0,08 * 2 = 0,16$

6 $0,16 * 2 = 0,32$

7 $0,32 * 2 = 0,64$

8 $0,64 * 2 = 1,28$

9 $0,28 * 2 = 0,56$

10 $0,56 * 2 = 1,12$  redondeo

2 Definir exponente:

$$0,005 \approx \mathcal{I}(000000011) * 2^0$$

3 Normalizar: $0,005 \approx \mathcal{I}(110000000) * 2^{-7}$

1 Representar el exponente:

$$\mathcal{R}(-7) = 10111$$

2 Sacar bit implícito: 1011110000000



$$\mathcal{I}(1011110000000) = \mathcal{I}_{bss(9,9)}(110000000) * 2^{-7}$$

$$= (2^{-1} + 2^{-2}) * 2^{-7} = 2^{-1} * 2^{-7} + 2^{-2} * 2^{-7}$$

$$= 2^{-8} + 2^{-9} = 0,00390625 + 0,001953125$$

$$= 0,005859375$$

Representar $X=1000$

Ejemplo

Otra forma: $X=1000$ con M: $BSS(4)$ E: $SM(5)$

- 1 Aproximar en 5 bits: 1111101000 .
- 2 Definir exponente: $1000 \approx \mathcal{I}(11111) * 2^5$
- 3 Normalizar: $\checkmark$
- 4 Representar el exponente: $\mathcal{R}(5) = 00101$
- 5 Sacar bit implícito: 001011111



$$\mathcal{I}(001011111) = \mathcal{I}_{bss(5)}(11111) * 2^5 = 31 * 2^5 = 31 * 32 = 992$$

Representar $X=1000$



$$\mathcal{I}(001011111) = \mathcal{I}_{bss(5)}(11111) * 2^5 = 31 * 2^5 = 31 * 32 = 992$$



¿La cadena inmediata posterior no es una mejor aproximación?

$$\mathcal{I}(001100000) = \mathcal{I}_{bss(5)}(10000) * 2^6 = 16 * 2^6 = 16 * 64 = 1024$$

¿Preguntas?