

ALGORITMO DE RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO PARA PROGRAMACION ENTERO MIXTA

P.E.M. Algunas variables (por ejemplo i de ellas) están restringidas a valores enteros (pero no necesariamente "0" y "1"), y el resto son variables continuas comunes. Por conveniencias se ordenan de manera que las primeras i de ellas sean variables con restricción a enteras, la forma general del problema que se va a estudiar es :

$$Z(\max) = \sum_{J=1}^n C_J X_J$$

La estructura de este algoritmo fue estudiada por R.J Dakin basándose en un algoritmo anterior que se debe a LAN y DOIG.

Es similar al que se estudia para P.E.Binaria. De nuevo la soltura de P.L. proporciona la base tanto para la ramificación como para el acotamiento. Se necesitan 4 cambios al algoritmo de P.E.B. para generalización de variables enteras binarias a generales y de P.E. pura a P.E. mixta.

- 1er cambio: la elección de la "variable de ramificación" (antes se elegía la siguiente variable en el orden natural X_1 hasta X_n). Ahora las únicas que se toman son las variables enteras y que tienen un valor no entero en la solución de la soltura P.L para el subproblema actual. El orden será la primera de la lista en el orden natural.
- 2do cambio: es el valor asignado a las variables de ramificación (mientras que antes era "0" o "1") ahora puede existir un número grande de valores enteros posibles), pero igual se crean 2 subproblemas especificando 2 intervalos . Esto se hace partiendo del valor de la variable en la solución de soltura P.L. y eligiendo los 2 números enteros (anterior y posterior) y quedan determinados 2 intervalos ejemplo:
Ej Si $X_j = 3 \frac{1}{2}$ Se toma $X_j \leq 3$ y $X_j \geq 4$
se agregan estas desigualdades a las restricciones para cada uno de los nuevos subproblemas .
Puede ocurrir, que en el paso de ramificación siguiente haya que volver a tomar la misma variable.(esto es variable de ramificación recurrente)
- 3to cambio: Este está en la prueba de "sondeo" que referimos con él numero 3 (prueba"3") En este caso nada mas las variables restringidas a enteras deben tener valores enteros para ser sondeada, pues la que no tienen este requerimiento pueden ser decimales.

Ejemplo

$$Z(\max) = 4 X_1 - 2 X_2 + 7 X_3 - X_4$$

$$\begin{cases} X_1 + 5 X_3 & \leq 10 \\ X_1 + X_2 - X_3 & \leq 1 \\ 6 X_1 - 5 X_2 & \leq 0 \\ -X_1 + 2 X_3 - 2 X_4 & \leq 3 \\ X_j \geq 0 & j=1,2,3,4 \quad X_j = \text{entero } J=1,2,3 \end{cases}$$

Paso inicial : soltura P.L. (5/4 , 3/2 , 7/4 , 0) Z=14 ¼

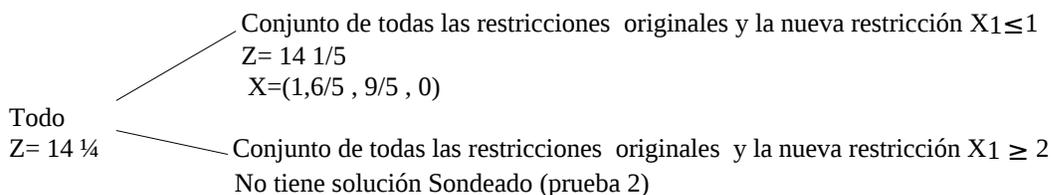
X₁ debe ser entera ; se convierte en la variable de ramificación

Sub.1= Todas las restricciones y se agrega $X_1 \leq 1$

Sub.2= Todas las restricciones y se agrega $X_1 \geq 2$

Se resuelven las 2 solturas de P.L. (de cada subproblema)

Cuyas soluciones son :



Como X₁ es entero la siguiente variable de ramificación es X₂

Se divide en 2 subproblemas

Subp 3 restricciones originales

$$X_1 \leq 1$$

$$X_2 \leq 1$$

Subp 4 restricciones originles

$$X_1 \leq 1$$

$$X_2 \geq 2$$

Al resolver la soltura de P.L. de ellos se obtienen los siguientes resultados.

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 3 } X = (5/6 , 1 , 11/6 , 0) & Z = 14 \frac{1}{4} \\ \text{Cota subp 3} & Z \leq 14 \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Subp 4 } X = (5/6, 2, 11/6, 0) & Z = 12 \frac{1}{6} \\ \text{Cota subp 4} & Z \leq 12 \frac{1}{6} \end{array}$$

Ninguno se sondea : 1-No encuentran otra Z de apoyo (incumbente)

2-Los valores de Z no se pueden comparar con ninguna cota ni con ningún valor de Z * incumbente pues aún no lo hay.

3- los problemas tienen solución

Ambos tienen solución y ninguno es todavía de valores enteros para las variables enteras.

De ambos subproblemas (caso empate) se selecciona el de cota + grande .

En la siguiente ramificación como $X_1 = 5/6$; X_1 se convierte en la variable de ramificación (variable de ramificación recurrente) $X_1 \leq 0$ $X_1 \geq 1$

Subp 5 todas las restricciones
 $X_1 \leq 1$
 $X_2 \leq 1$
 $X_1 \leq 0$ ENTONCES $X_1 = 0$

Subp 6 todas las restricciones
 $X_1 \leq 1$
 $X_2 \leq 1$
 $X_1 \geq 1$ ENTONCES $X_1 = 1$

Entonces los resultados son

Subp 5 $X = (0 , 0, 2, \frac{1}{2})$ $Z^* = Z = 13 \frac{1}{2}$ 1er solución de apoyo (incumbente)
Subp 6 no tiene sol ENTONCES se sondea

Con este valor de $Z^* = 13 \frac{1}{2}$ se analiza el subp. 4 pero como $Z \leq Z^*$ la solución obtenida es la óptima.