

Procesos y Máquinas Industriales II- Clase XII

Prof. Mariana Suarez

2 de octubre de 2018

Plan de la clase

- ▶ Flujo en tuberías. Análisis de la pérdida de altura

Plan de la clase

- ▶ Flujo en tuberías. Análisis de la pérdida de altura
- ▶ Ejemplos

Plan de la clase

- ▶ Flujo en tuberías. Análisis de la pérdida de altura
- ▶ Ejemplos
- ▶ Problemas de tuberías en serie. Distintos casos.
 - ▶ Caso 1: búsqueda de condiciones de flujo en diferentes secciones.
 - ▶ Caso 2: cálculo del caudal circulante en el sistema.
 - ▶ Caso 3: problema de diseño: obtención del diámetro de cañería.

Flujo en tuberías

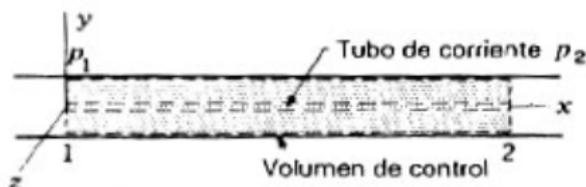
Pérdida de altura

Condiciones:

- ▶ Flujo en tuberías
- ▶ Flujo laminar
- ▶ Permanente
- ▶ Incompresible

Ejemplo 1

Flujo a través de una tubería recta y horizontal.



Bce. de energía en el VC

$$\frac{dQ}{dt} = - \int \int_{A_1} \left(\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + u_1 + g y_1 \right) (\rho v dA) +$$

$$+ \int \int_{A_2} \left(\frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + u_2 + g y_2 \right) (\rho v dA) \quad (1)$$

Ejemplo 1 (cont.)

Puede reescribirse:

$$\frac{dQ}{dt} = \int \int_A \left[\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + (u_2 - u_1) + g(y_2 - y_1) \right] (\rho v dA)$$

Teniendo en cuenta que

- ▶ $v_2 = v_1$
- ▶ $y_2 = y_1$
- ▶ p_1 y p_2 uniformes en cada sección

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \left[\frac{p_2 - p_1}{\rho} + (u_2 - u_1) \right] \int \int_A (\rho v dA) \\ &= \left[\frac{p_2 - p_1}{\rho} + (u_2 - u_1) \right] \frac{dm}{dt} \end{aligned}$$

Ejemplo 1 (cont.)

Dividiendo por el flujo de masa y reordenando

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} = \left[-\frac{dQ}{dm} + (u_2 - u_1) \right]$$

✓ Pérdida de carga (H_l)

$$H_l = (u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm}$$

Volviendo a la ecuación se obtiene

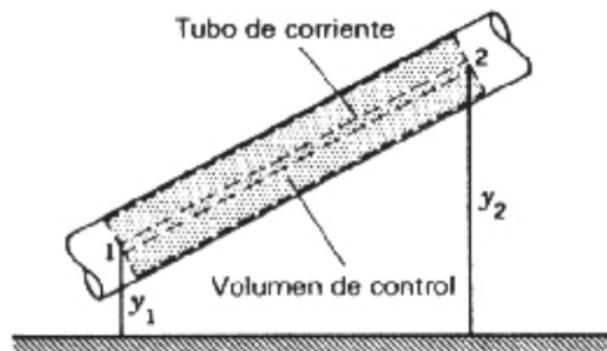
$$\frac{\Delta p}{\rho} = H_l$$

H_l : pérdida de presión por u. de masa debido a fricción.

Además: $h_l = \frac{H_l}{g}$ se llama *pérdida de altura*

Ejemplo 2

Flujo no paralelo a la superficie terrestre.



Ejemplo 2 (cont.)

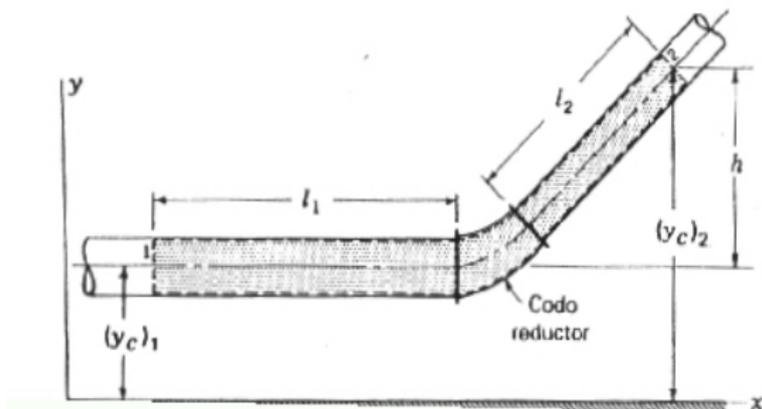
$$\begin{aligned}\frac{\Delta p}{\rho} &= g(y_2 - y_1) + \left[(u_2 - u_1) - \frac{dQ}{dm} \right] \\ &= g(y_2 - y_1) + H_f\end{aligned}$$

La caída en la presión se debe a:

- ▶ altura de elevación
- ▶ pérdida de carga (altura) por fricción

Ejemplo 3

Flujo en tuberías con variación de sección y elevación.



Ejemplo 3 (cont.)

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(y_2 - y_1) + (H_l)_T$$

donde $(H_l)_T$ es la suma de las pérdidas de carga en cada tubo más las que ocurren en el codo.

Reordenando, puede escribirse

$$\left(\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gy_1 \right) = \left(\frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gy_2 \right) + (H_l)_T$$

(Ec. de Bernoulli modificada)

Caso 1

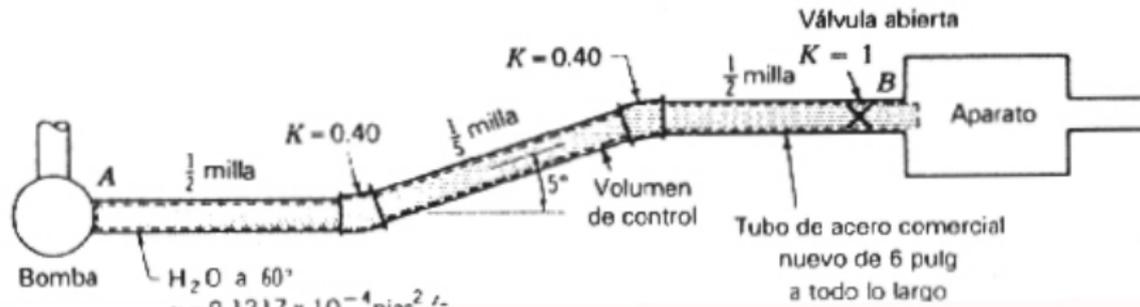
Datos: condiciones de flujo en una sección, coef. de rugosidad y geometría de tubería.

Incógnita: condiciones de flujo en otra sección.

Herramientas:

1. Ec. de continuidad
2. Bce. de energía o Ec. de Bernoulli modificada
3. Diagrama de Moody

Caso 1. Ejemplo



Bomba: $1 \text{ pie}^3/\text{seg.}$ de agua- Tubería: 6 pulg - Presión manométrica de descarga de la bomba: $100 \text{ lb}/\text{pulg}^2$.

$v = 0,1217 \cdot 10^{-4} \text{ pie}^2/\text{seg}$

Hallar: Presión del flujo a la entrada del aparato situado en la posición B.

- ▶ Ec. de Bernoulli modificada

$$\left(\frac{v_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + gy_A \right) = \left(\frac{v_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho} + gy_B \right) + (H_l)_T$$

- ▶ Cálculo del número de Reynolds
 $Re = 209000$, flujo turbulento.
- ▶ De tablas, rugosidad relativa $\varepsilon/D = 0,0003$ (tubería acero comercial).
- ▶ Del diagrama de Moody: $f = 0,017$.

- ▶ Se calcula $v = q/A$, y la pérdida de carga en la tubería (*pérdida mayor*) resulta:

$$(H_l)_M = f \frac{v^2}{2} \frac{L}{D} = 2792 \text{ pies.lb/slug}$$

- ▶ Pérdidas de carga en accesorios (*pérdidas menores*)

$$(H_l)_m = \sum_i \left(K_i \frac{v_i^2}{2} \right) = 10,36 \text{ pies.lb/slug}$$

- ▶ En la ec. de Bernoulli modificada se despeja p_B , obteniendo:

$$p_B = 22,4 \text{ lb/pulg}^2 \text{ man}$$

Caso 2

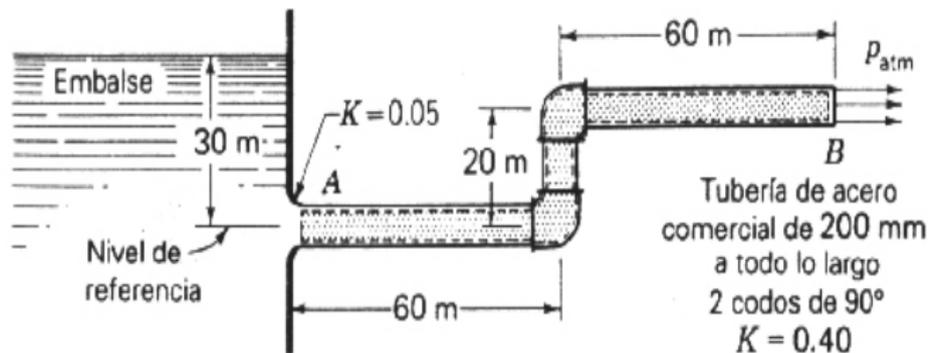
Datos: presiones en varias secciones, coef. de rugosidad y geometría de tubería.

Incógnita: caudal Q .

Herramientas:

1. Ec. de continuidad
2. Bce. de energía o Ec. de Bernoulli modificada
3. Diagrama de Moody

Caso 2. Ejemplo



Sist. de tuberías que transportan agua desde un embalse y la descargan a la atmósfera. Acero comercial, $D = 200$ mm, accesorios.

Hallar: Caudal Q .

En la ec. de Bernoulli modificada, se obtiene

$$\frac{v_A^2}{2} + \left[\frac{\rho_{atm}}{\rho} + g \cdot 30 - \frac{v_A^2}{2} \right] + g \cdot y_A = \frac{v_B^2}{2} + \frac{\rho_B}{\rho} + g \cdot y_B + (H_L)_M + (H_I)_m$$

donde $\rho_B = \rho_{atm}$.

Utilizando las ec. de pérdidas de carga y reemplazando las elevaciones conocidas:

$$\frac{\rho_{atm}}{\rho} + g \cdot 30 = \frac{v_B^2}{2} + \frac{\rho_{atm}}{\rho} + g \cdot 20 + f \frac{v_B^2}{2} \frac{140}{0,2} + (0,05 + 0,4 + 0,4) \frac{v_B^2}{2}$$

Reordenando,

$$\frac{v_B^2}{2} + f \frac{v_B^2}{2} 700 + 0,85 \frac{v_B^2}{2} = 10. g$$

✓ Con $\varepsilon/D = 0,00023$, se estima del diagrama de Moody
 $f = 0,014$.

De la ec. anterior,

$$(v_B)_{est} = 4,10 \text{ m/s}$$

✓ Con este valor, se calcula

$$Re \rightarrow \text{diag. Moody} \rightarrow f = 0,015$$

✓ Proceso iterativo, converge para

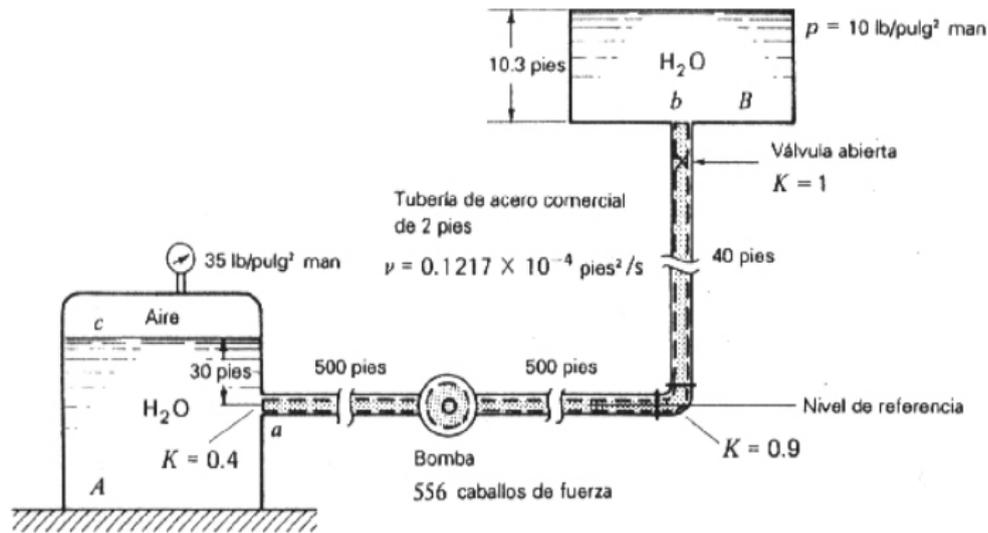
$$v_B = 3,99 \text{ m/s} \rightarrow Q = 0,1253 \text{ m}^3/\text{s}$$

Caso 3 (*problema de diseño*)

Datos: presiones en dos secciones, caudal Q , geometría de la línea central de la tubería.

Incógnita: Diámetro de tubería apropiado para un material dado y para estas condiciones.

Caso 3 (problema de diseño). Ejemplo



Sist. de tubería que transporta un caudal máx. de $120 \text{ pies}^3/\text{seg}$ de agua desde A hasta B. Bomba: 556 hp. Hallar: Diámetro de tubería.

a.- Ec. de Bernoulli entre c y a

$$\frac{p_a}{\rho} = \left(\frac{p_c}{\rho} - \frac{v_a^2}{2} \right) + g z_c = \frac{35.144}{1,938} - \frac{v_a^2}{2} + 30.32,2 = 3567 - \frac{v_a^2}{2}$$

b.- Cálculo de p_b , presión de entrada al tanque B

$$\frac{p_b}{1,938} = (10.144 + 10,3.62,4) \frac{1}{1,938} = 1075 \text{ pie.lb/s} \quad (3)$$

c.- Bce. de energía en el VC

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + g z_a = \frac{p_b}{\rho} + \frac{v_b^2}{2} + g z_b + \frac{dW_s}{dm} + (H_l)_T \quad (4)$$

d.- Sabiendo que $v_a = v_b = v$, y reemplazando (2) y (3) en (4)

$$\begin{aligned}
 & \left(3567 - \frac{v^2}{2} \right) + \frac{v^2}{2} = \\
 & = 1075 + \frac{v^2}{2} + 32,2 \cdot 40 - \frac{556 \cdot 550}{1,938 \cdot v \cdot (\pi/4) D^2} + \\
 & \quad + f \left(\frac{1040}{D} \right) \frac{v^2}{2} + 2,3 \frac{v^2}{2} \qquad (5)
 \end{aligned}$$

e.- La expresión de v en función del diámetro es

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{120}{\pi D^2/4} = \frac{152,8}{D^2} \qquad (6)$$

f.- Proceso iterativo

Primera estimación, $f = 0,015$

g.- Multiplicando la ec. (5) por D^5 ,

$$2519 D^5 - 3,852 10^4 D - 1,821 10^5 = 0 \quad (7)$$

h.- Continuando el proceso iterativo,

Calcular

$$D = 2,35 \text{ pies} \rightarrow v = 27,6 \text{ pies/s} \rightarrow Re = 5,33,10^6$$

Tubería acero com.,

$$\varepsilon/D = 6,4 \cdot 10^{-5} \rightarrow f \text{ (del diagrama) } 0,0139$$

Nueva iteración:

$$D = 2,32 \text{ pies} \rightarrow v = 28,4 \text{ pies/s} \rightarrow Re = 5,42,10^6 \rightarrow$$

$$f = 0,0139$$